6.5. Symmetriska och ortogonala matriser

Exempel 6.33. Låt $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Då är $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, dvs $A^t = A$. $\square$

Denna klass av matriser som har egenskapen att transponatet är matrisen igen, precis som vi såg i Exempel 6.33, är så pass viktig i tillämpningar att den har fått ett eget namn.

Definition 6.34. En matris A sådan att $A^t = A$ kallas **symmetrisk**.

Exempel 6.35. Vi kommer i Kapitel 16 att se att matriserna som beskriver **projektion** eller **spegling** i en linje eller ett plan är symmetriska. $\square$

En annan viktig klass av matriser är **ortogonala** matriser. I Kapitel 16 kommer vi att visa att rotationer representeras av ortogonala matriser.

Definition 6.36. En kvadratisk matris A sådan att

$$A^t A = AA^t = E$$

kallas **ortogonal**.

En uppenbar fördel med att arbeta med ortogonala matriser är att man inte behöver invertera matriserna; vi behöver bara transponera dessa, ty om A är ortogonal dvs $AA^t = E$, så följer av Definition 6.20 att A är inverterbar med inversen $A^{-1} = A^t$.

Exempel 6.37. Matriserna $A = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ och $B = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ är ortogonala. Dessutom är A symmetrisk. $\square$

Exempel 6.38. I Kapitel 16 visar vi hur vi använder ortogonala matriser för att göra ett basbyte mellan ON-baser. $\square$